

УДК 51:1+51 (091)

А.В. Винобер

Фонд поддержки развития биосферного хозяйства и аграрного сектора
«Сибирский земельный конгресс», Иркутск, Россия

ГУМАНИТАРНАЯ АРХЕОЛОГИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК. ОЧЕРК 5. ТОЧКА И ЕЁ ПЕРСПЕКТИВЫ В НАУКЕ XXI СТОЛЕТИЯ

Удивляет то, что точка, её сущность и глубинный смысл так мало исследован в философии и науке, хотя сам объект (точка) в самых разных ипостасях и обликах широко распространен в самых разных областях науки. Безусловно, больше всего объект (точка) заметен в математике и в физике, но нельзя отрицать его присутствия в биологии, геологии, географии, истории, филологии и т.д. Причем, во многих случаях, объект (точка) скрывает свое истинное лицо и присутствует в виде метафоры или модели, отражающей самые различные феномены, процессы и характеристики, как материального, так и идеального мира

Ключевые слова: математика, точка, математический знак, бесконечность, физическая реальность, математические конструкции

Идея написания научного эссе на тему «точки» посетила меня 15 декабря 2021 года. Сейчас уже не помню, с чем это было связано и каким путем я пришел к этой идее, но скорее всего размышляя о смысле и сущности числа, как символа и уникального математического знака. Сегодня, т.е. 13 июля 2023 года, я решил воплотить выше обозначенную идею в небольшой по объему текст, претендующий на определенную научную и философскую осмысленность, отталкиваясь от трех принципиальных постулатов:

1. «Субъект познания может руководствоваться какой угодно идеей, использовать любую фантазию, любой вымысел, лишь бы они были обработаны и доведены до соответствующего стандарта рациональности, обеспечивающего возможность понимания идеи другими участниками процесса познания, возможности проверки идеи имеющимися в распоряжении ученых средствами» [1].

2. «В сущности каждого вечного объекта заключена индетерминированность, которая выражает безразличную терпимость по отношению к любому способу вхождения в любое действительное явление» [16].

3. «Идея дилетанта с научной точки зрения может иметь точно такое же или даже большее значение, чем открытие специалиста» [3].

Первый постулат или эпитафия, (что не меняет смысла обозначенной точки зрения) определяет необходимость следовать какой-либо научной традиции, чтобы твоё (в данном случае – моё) рассуждение не отнесли к области парапсихологии или к литературной критике.

Второй постулат великого Альфреда Уайтхеда обозначает для меня отсутствие запретных тем в научном познании, классическую толерантность и разнообразие научных мнений и точек зрения.

А третий постулат, от почтенного Макса Вебера, служит для меня своего рода утешением – что субъективное мнение дилетанта может иногда иметь важное значение для научного постижения каких-либо истин или законов, и, по крайней мере, оставляет надежду на оправдание затраченной мыслительной энергии по отношению к вещам и явлениям, о которых будто бы всё давно известно, и дилетант может добавить только что-либо крайне банальное и незначительное.

Поэтому, изначально, проясню своё субъективное отношение к исследуемому объекту – точке.

Признаюсь честно, что какого-либо серьёзного научного или философского поиска в отношении «точки» я не проводил, и потому почти ничего существенного о мнениях предшественников не знаю. Только то, что «попалось на глаза» в самом первом приближении (или из того, что находилось под руками в личной библиотеке).

Прежде всего, удивляет то, что точка, её сущность и глубинный смысл так мало исследован в философии и науке, хотя сам объект (точка) в самых разных ипостасях и обликах широко распространён в самых разных областях науки. Безусловно, больше всего объект (точка) замечен в математике и в физике, но нельзя отрицать его присутствия в биологии, геологии, географии, истории, филологии и т.д. Причем, во многих случаях, объект (точка)

скрывает свое истинное лицо и присутствует в виде метафоры или модели, отражающей самые различные феномены, процессы и характеристики, как материального, так и идеального мира.

Задайте себе вопрос – можете ли вы себе представить текст, где отсутствует точка (точки)? Разве только это иероглифический текст или какие-нибудь архаические руны. Можно сказать, что наша культура давно привыкла к явлению точки и воспринимает её как нечто вполне понятное и само собой разумеющееся.

Но в науке и в философии всё же случаются сомнения или вопросы.

Так, философ математики В.Н. Тростников, считал, что в ньютоновой концепции материи «материальность точки» есть лишь художественный образ, притом такой, который даже приблизительно не соответствует ничему реальному» [14].

Впрочем, сам В.Н. Тростников, при большом к нему уважении, постоянно менял свою точку зрения на соотношение реального и идеального, часто предавался редукционизму и впоследствии нещадно его критиковал. Как и нещадно критиковал эволюционизм и рационализм, постоянно используя приемы и того и другого в своем научном и теологическом творчестве [14, 15].

Безусловно, наиболее фантастические и труднообъяснимые превращения точка, как объект, претерпевает в лоне математической науки. Если в элементарной математике, по утверждению В.Я. Выгодского: « точку мы лишаем вовсе измерений и мыслим, что точка может служить границей линии, может двигаться, и своими движениями порождать линию, но ... в природе нет точек, лишенных измерений, есть предметы столь малых размеров, что их в некоторых условиях можно принять за геометрические точки» [6].

То в высшей математике, у того же В.Я. Выгодского [5], точка начинает претерпевать самые разнообразные трансформации. К примеру, в

справочнике по высшей математике, в параграфе 58 «Линии второго порядка», приводится пример уравнения второй степени, которое представляет только одну точку:

$$x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 0$$

Уравнение имеет только одно действительное решение, а именно $x=0$, $y=0$. Оно представляет точку $(0;0)$. Впрочем, это же уравнение распадается на два уравнения с мнимыми коэффициентами:

$$x + \frac{1}{2}iy = 0$$

$$x - \frac{1}{2}iy = 0$$

Поэтому говорят, что уравнение $x^2 + \frac{1}{4}y^2 = 0$ представляет «пару мнимых прямых, пересекающихся в действительной точке».

В итоге представлена теорема: «Всякая линия второго порядка есть либо эллипс, либо гипербола, либо парабола, либо пара прямых (пересекающихся, параллельных и совпавших)».

Куда при этом делась (исчезла) точка – понятие гуманитария конечно нет возможности. Вероятно, точка тоже оказалась «мнимой», хотя ясно было указано её местонахождение в начале системы координат $(0;0)$?

Вернемся к исходной позиции нашего рассуждения. Самый популярный источник современных знаний «Википедия» утверждает, что «Точка – один из фундаментальных (неопределяемых) математических объектов, свойства которого задаются системой аксиом. ... Во всех общих определениях размерности, точка является нульмерным объектом, но при этом описывается по-разному в различных концепциях размерности» [13].

Великий Анри Пуанкаре в книге «Наука и гипотеза» в главе «Математические величины и опыт» рассуждает, «... Чистый геометр делает еще одно усилие: не отказываясь совершенно от помощи своих чувств, он хочет дойти до понятия линии без ширины, точки, без протяжений. Он может

достичь этого только рассматривая линию как предел, к которому стремится полоса, все более и более суживающаяся, а точку – как предел, к которому стремится площадь, все более и более уменьшающаяся. Тогда наши две полосы, как бы узки они ни были, всегда будут иметь общую площадь, тем меньшую, чем меньше будет их ширина и пределом её будет то, что чистый геометр называет точкой. Вот почему говорят, что две пересекающиеся линии имеют общую точку и эта истина представляется интуитивной» [10].

Абстрагируясь от дальнейшего продолжающегося рассуждения, остановимся на двух моментах: точка – это чаще всего предел (вопрос: чего? всегда решается в условиях конкретной идеальной или реальной ситуации). Второе – предел этот (чаще всего) является интуитивной истиной.

Из выше сказанного может следовать, что предел может устанавливаться интуитивно и следовательно, субъективно, что в любой момент позволяет кардинально менять ситуацию как местонахождения точки (и, соответственно, предела), как при произвольном переносе начала системы координат. Следовательно, если рассуждать дальше, мы можем прийти до относительной вероятности определения предела, и, возможно, до механизма функционирования вероятностных пределов в квантовой физике...

Историк математики и замечательный математик Морис Клайн отмечал: «Математика должна заниматься прежде всего изучением таких абстрактных понятий, как точка, прямая и целое число. Другие понятие, например, треугольник, квадрат, окружность, можно определить через основные понятия, которые, как отметил Аристотель, должны оставаться неопределимыми, ибо в противном случае у нас не было бы отправной точки» [8].

Понятно, что следуя выше обозначенной логике мы приходим к выводу, что все тела – есть совокупность точек. А далее – возникает, вполне естественно, мысль о бесконечности. Какое отношение точка может иметь к бесконечности, если она, как мы отметили ранее, есть предел?

Поэтому перед нашим взором возникает фундаментальная проблема «точка» и «бесконечность» и более частная (хотя, весьма спорное утверждение) проблема: «точка начала бесконечности» или еще одна «есть ли предел у бесконечности»?

С точки зрения здравого смысла – такие формулировки выглядят несколько абсурдно, но в математике возможно все, например, «мнимая точка начала бесконечности» или «мнимый предел бесконечности» уже выглядят вполне респектабельно.

Как утверждалось в одной научно-популярной книге по информации, появившейся в 1989 году: «Информация – абстрактная величина, не существующая в физической реальности, подобно тому, как не существует мнимое число или не имеющая линейных размеров точка» [2].

Как-то однажды я обнаружил у Германа Вейля такой замечательный пассаж: «Многообразие точек пространства-времени является одним из конструктивных элементов природы, по-видимому, наиболее важным» [4].

До их пор не могу проникнуть в смысл этого многообразия точек пространства-времени. Это что-ли всё мыслимое идеальное или весь космос, выраженный многообразием точек пространства-времени? Несколько прояснил ситуацию философ математики В.Тасич: «Вымышленные математические конструкции – точки, пространство, бесконечность арифметики, - упоминая только самые безобидные, - упорно сопротивляются тому, чтобы быть сведенными к опыту. Возможный способ справиться с этим состоял бы в том, чтобы вернуться к некоторым более ранним попыткам рассматривать математическую деятельность как чистую символическую манипуляцию, рассматривать математику как язык, значение которого не связано с реальностью, но каким-то образом самодостаточно и открывается подходящими методами» [12].

То бишь, если выражение «многообразие точек пространства-времени» воспринимать по-преимуществу как чистую символическую манипуляцию, а

не как конструктивный элемент природы, то тогда ситуация значительно проясняется. Тогда становится понятно, что мы можем приписывать природе любую геометрию, которую считаем целесообразной и идеально-конструктивной, соответствующей нашим замыслам и нашему арсеналу манипулятивно-символических средств отображения с помощью идеальных моделей, наполненных точками и символами любого происхождения и любой интерпретации, считая такие модели и операции вполне репрезентативными в логическом или математическом смысле. И тогда легко рождаются ситуации типа: «... если бы мы могли найти точку сгущения шпеккеровской последовательности, то эта последовательность обязательно сходилась бы к ней, что невозможно» [9].

Любопытно, что такая насыщенная символами и манипуляциями математическая отрасль как математическая логика тщательно избегает понятия точки, и всячески игнорирует такой фундаментальный математический объект [7].

Но может быть (не исключено) что здесь присутствует гуманитарное недопонимание?

И это тем более удивительно, что в теории множеств и в теории операторов, феномен точки находит обилие воплощений от внешних, внутренних, изолированных, граничных точек до пустого множества, которое вполне можно уподобить нуль-мерной точке [11].

А какое обилие флуктуаций точки существует в математическом анализе и в теории поля – невозможно охватить единым взором.

Мы еще не касаемся математических просторов на стыке физики и космологии, не говоря уже о философии и герменевтическом анализе понятия точки и понятия точности, явно обладающего родством с точкой.

И, естественно, что полной загадкой является вся полнота раскрытия потенциала точки как символического объекта в сфере искусственного интеллекта.

Отсюда вполне можно прийти к заключению, что точка является одним из самых перспективных многомерных символических объектов в науке XXI века.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов В.А. Образ науки в ее ценностном измерении (Филос. анализ). - Новосибирск: Наука, 1995. - 265 с.
2. Блюменау Д.И. Информация и информационный сервис. – Л.: Наука. 1989. 192 с.
3. Вебер М. Наука как призвание и профессия // Самосознание европейской культуры XX века : Мыслители и писатели Запада о месте культуры в современном обществе / [сост. Р. А. Гальцева; пер. и примеч. С. С. Аверинцев и др.]. – М., 1991. – С. 130–153.
4. Вейль Г. Математическое мышление / Пер. с англ. и нем. – М.: Наука, 1989. – 400 с.
5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике.- М.: АСТ : Астрель. 2008. 991 с.
6. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. 23-е изд. – М.: Наука. 1975. 416 с.
7. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979. 320 с.
8. Клайн М. Математика. Утрата определенности. Пер. с англ. – М.: Мир. 1984. 434 с.
9. Мартин-Лёф П. Очерки по конструктивной математике / Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. 135 с.
10. Пуанкаре А. О науке: пер. с франц.- М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983. - 560 с.
11. Садовничий В.А. Теория операторов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. 296 с.
12. Тасич В. Математика и корни постмодернистской философии / Пер. с англ. В.В. Целищев. Серия Библиотека аналитической философии. - М.: Канон+ РООИ «Реабилитация». 2022. 368 с.
13. Точка // Википедия Свободная энциклопедия. Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0_\(%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D1%87%D0%BA%D0%B0_(%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F)) (дата обращения 15.06.2023)
14. Тростников В.Н. Конструктивные процессы в математике (философский аспект). – М.: Наука. 1975. 254 с.
15. Тростников В.Н. Научна ли «научная картина мира»? (12.10.2017). Режим доступа: <https://spkurdyumov.ru/philosophy/nauchna-li-nauchnavakartina-mira/>.

16. Уайтхед А. Избранные работы по философии. Пер. с английского. - М.: Прогресс, 1990. - 720 с.

A.V. Vinober

*«Siberia Land Congress» Biosphere and Agriculture Economies Support and
Development Fund, Irkutsk, Russia*

**HUMANITARIAN ARCHEOLOGY OF MATHEMATICAL SCIENCES.
ESSAY 5. DOT AND ITS PROSPECTS IN THE SCIENCE OF THE XXI
CENTURY**

It is surprising that the point, its essence and deep meaning are so little studied in philosophy and science, although the object itself (the point) in a variety of guises and guises is widespread in a variety of fields of science. Of course, the object (point) is most noticeable in mathematics and physics, but one cannot deny its presence in biology, geology, geography, history, philology, etc. Moreover, in many cases, the object (point) hides its true face and is present in the form of a metaphor or model reflecting a variety of phenomena, processes and characteristics of both the material and ideal world

Keywords: mathematics, point, mathematical sign, infinity, physical reality, mathematical constructions

Поступила в редакцию 18 июля 2023